|  |  |
| --- | --- |
| Asignatura | Matemáticas IV |
| Unidad | Unidad 3. Funciones exponenciales y logarítmicas |
| Aprendizaje | * Identifica el dominio y rango de una función exponencial y traza su gráfica. * Analiza la relación entre las grá­ficas de funciones exponenciales con diferentes bases incluyendo el número e * Resuelven problemas en diferen­tes contextos, que se modelen con funciones exponenciales. |
| Temática | * Relación entre los parámetros de:   \[ f(x)=ab^x \]  con su gráfica.   * Importancia de la función:   \[ f(x)=ae^x \]  y sus aplicaciones   * Problemas de aplicación |

**Unidad 3**. **Funciones exponenciales y logarítmicas**

**Propósito:**

Al finalizar, el alumno: Utilizará las funciones exponencial y logarítmica para representar formas de variación de fenómenos de la naturaleza, que éstas permitan modelar. Retomará los conceptos de dominio y rango, así como el análisis de las relaciones entre los parámetros de estas funciones y su gráfica.

|  |  |
| --- | --- |
| **Tiempo estimado del tema** | 20 horas |
| **Pantallas** | 6 |

La **Metodología** de trabajo que usaremos es mediante la resolución Problemas, donde resolverás un problema real o simulado en el plano, reflexionaras y aplicaras el pensamiento crítico para llegar a una solución. Permitiéndote desarrollar habilidades prácticas y aplicar los conceptos aprendidos

**Referencias:**

Fernández J. (2023) Funciones Exponenciales. FISICALAB, Fecha de consulta 29 de mayo del 2024. Tomado de: <https://www.fisicalab.com/apartado/funciones-exponenciales>

Hughes–Hallet D. (2001) *Cálculo Aplicado*, Cecsa, México

LibreTexts (Sin año) Gráficas de Funciones. Universidad de California Davis, de la Universidad del Estado de California. Tomado de: <https://espanol.libretexts.org/Matematicas/Precalculo_y_Trigonometria/Prec%C3%A1lculo_(OpenStax)/04%3A_Funciones_exponenciales_y_logar%C3%ADtmicas/4.03%3A_Funciones_logar%C3%ADtmicas>

Ortiz S. (2024) Funciones Exponenciales y Logarítmicas, Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Oriente. Universidad Nacional Autónoma de México

Seminario de Matemáticas (2024) Matemáticas IV, Unidad 3 Funciones Exponenciales y logarítmicas, Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Oriente, Universidad Nacional Autónoma de México

Sobel M. & Lerner N. (1998) *Precálculo*, Prentice Hall, México

Sullivan M (1997) *Precálculo*, Prentice Hall, México

Swokowski E. & Cole J. (2009) Álgebra y trigonometría con geometría analítica, 12ª. Edición, CENGAGE. PP 344 A 378

Waner S. & Costenoble A. (2002.) *Cálculo Aplicado*, Thomson, México

**Funciones exponenciales**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Pantallas | Temática | El estudiante |
| **Pantalla 1** | Crecimiento o decaimiento exponencial. | Explora situaciones o fenómenos que corresponden a crecimiento o decaimiento exponencial, las relaciones o condiciones existentes y analiza las formas de variación |
| **Pantalla 2** | Comportamiento de funciones exponenciales del tipo:  con y a≠0  con y a≠0 | Identifica patrones de cambio involucrados en el crecimiento o decrecimiento de una función exponencial y bosqueja su gráfica. |
| **Pantalla 3** | Importancia y caracterización del número ***e*** | Identifica patrones de cambio involucrados en el crecimiento o decrecimiento de una función exponencial y bosqueja su gráfica. |
| **Pantalla 4** | La función logaritmo como inversa de la función exponencial. Noción de función inversa | Analiza la relación entre las gráficas de funciones exponenciales con diferentes bases |
| **Pantalla 5** | Logaritmos con base 10 y naturales. Propiedades de los logaritmos incluyendo la expresión para cambio de base | Analiza la relación entre las gráficas de funciones exponenciales con diferentes bases |
| **Pantalla 6** | Gráficas de funciones logarítmicas | Analiza la relación entre las gráficas de funciones exponenciales con diferentes bases |

Nota: la solución de los ejercicios se encuentra en color rojo

**Funciones exponenciales**

|  |
| --- |
| **Pantalla 1** |

**Crecimiento o decaimiento exponencial.**

Dibujo animado de un personaje animado

Descripción generada automáticamente con confianza baja

|  |
| --- |
| Imagen A  Elaboró: Ma. Emma Bautista García |

Introducción:

El crecimiento exponencial lo podemos observar en la vida cotidiana en las poblaciones de personas, bacterias o animales, ejemplo una familia de pollos, como se muestra en la imagen 1.

La función exponencial crece muy rápido para valores positivos de x

Diagrama

Descripción generada automáticamente

|  |
| --- |
| Imagen 1. Familia de pollos  Elaboró: Ma. Emma Bautista García |

Otro ejemplo son el valor de una inversión cuando se reinvierten los intereses, el crecimiento demográfico, y la depreciación o decaimiento; todos se apegan al modelo exponencial.

Para ilustrar cómo puede aparecer una función exponencial, analizaremos algunos problemas de interés compuesto.

Supongamos que inviertes $4,000.00 en un fondo de inversión que te garantiza un 12% al año, capitalizado anualmente.

1. En la siguiente tabla, se muestra el valor de una inversión en un período de 7 años:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Años  **t** | Interés | Ganancia 12% | Valor | Inversión |
| **0** |  |  |  | **4,000** |
| **1** | 4,000(0.12) | 480 | 4,000 (0.12) + 4000= 4,480  4,000 (1.12) = 4,480 | 4,480 |
| **2** | 4,000(1.12) (0.12) | 537.60 | 4,000 (1.12) (0.12) + 4,480= 5,017.60  4,480 (1.12) = 5,017.60 | 5,017.60 |

Suponiendo que dividimos el valor de la inversión de cada año entre la inversión del año anterior.

|  |  |
| --- | --- |
| **Primer año** | **Segundo año** |
|  |  |

Encontramos el valor 1.12, siendo el valor de la inversión de cada año. Así, por cada aumento de 1 en *t*, *V* se multiplica por 1.12.

A continuación, se muestra en la tabla, en la fila del valor, distintas de encontrar el resultado, esto con el objetivo de notar la importancia de elevar un numero a un exponente.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Años  **t** | Interés | Ganancia 12% | Valor | Inversión |
| **0** |  |  |  | **4,000** |
| **1** | 4,000(0.12) | 480 | 4,000 (0.12) + 4000= 4,480  4,000 (1.12) = 4,480 | 4,480 |
| **2** | 4,000(1.12) (0.12) | 537.60 | 4,000 (1.12) (0.12) + 4,480= 5,017.60  4,480 (1.12) = 5,017.60 | 5,017.60 |
| **3** | 4,480 (1.12) (0.12) | 602.11 | 4,480 (1.12) (0.12) +5,017.60 = 5, 619.71  5,017.60 (1.12) = 5, 619.71 | 5,619.71 |
| **4** | 5,017.60 (1.12) (0.12) | 674.36 | 5,017.60 (1.12) (0.12) + 5,619.71=6,294.07  5,619.71 (1.12) = 6,294.07 | 6,294.07 |
| **5** |  |  |  |  |
| **6** |  |  |  |  |
| **7** |  |  |  |  |
| **8** |  |  |  |  |

2. Completa la tabla, de los años 5, 6, 7, y 8. Detalla cada resultado como se muestra en cada recuadro

Solución

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Años  **t** | Interés | Ganancia 12% | Valor | Inversión |
| **5** | 5,619.71 (1.12) (0.12) | 755.28 | 5,619.71 (1.12) (0.12) +6,294.07= 7,049.35  6,294.07 (1.12) = 7,049.35 | 7,049.35 |
| **6** | 6,294.07 (1.12) (0.12) | 845.92 | 6,294.07 (1.12) (0.12) + 7,049.35 =7,895.27  7,049.35 (1.12) = 7,895.27  =7,895.29 | 7,895.27 |
| **7** | 7,049.35 (1.12) (0.12) | 947.43 | 7,049.35 (1.12) (0.12) + 7,895.27 =8,842.70  7,895.27(1.12) = 8,842.70  8,842.72 | 8,842.70 |
| **8** | 7,895.27(1.12) (0.12) | 1,061.12 | 7,895.27(1.12) (0.12) +8,842.70= 9,903.82  8,842.70(1.12) =9,903.82  =9,903.85 | 9,903.82 |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, puedes continuar |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma el procedimiento de esta actividad |

3. ¿Qué variables intervienen en el problema?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Los años y el valor 1.1 | La Inversión y la ganancia en porcentaje | La Inversión y el cociente | d)  Los años y la inversión |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, puedes continuar |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma el procedimiento de esta actividad |

4. El modelo algebraico es

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) | b) | c) | d) |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, puedes continuar |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma el procedimiento de esta actividad |

**Funciones exponenciales**

**Diagrama

Descripción generada automáticamente**

|  |
| --- |
| Imagen B Función Exponencial  Elaboró: Ma. Emma Bautista García |

Donde:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Exponente**, La variable *(años)* variable independiente |
|  | **Condición inicial** |
|  | Factor numérico que determina el **crecimiento** o **decrecimiento** (la inversión en cada año)  Es un número real positivo distinto de 1.   * Si b > 1, tenemos **crecimiento** exponencial * Si 0 < b< 1, tenemos **decaimiento** exponencial. |

Para reconocer que una tabla de valores de y proviene de una función exponencial , buscamos razones de valores que sean constantes para valores igualmente espaciados.

Depreciación de bienes. El valor actual de un automóvil es de $200,000.00, si cada año se deprecia a una tasa de 8% anual y suponiendo que la tasa se conserva constante, determina una función que nos permita calcular su valor dentro de algunos años.

1. Para resolver el problema se te sugiere que primero completes la siguiente tabla, para ello considera:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Años | Valor | Valor |
| **0** |  | **200,000.00** |
| **1** | 200,000.00(0.08)-16000 =184,000  200,000.00 (0.92) =184,000 | 184,000.00 |
| **2** | 184,000(0.92) =169,280.00  .00 | 169,280.00 |
| **3** |  |  |
| **4** |  |  |
| **5** |  |  |
| **6** |  |  |

Solución

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Años | Valor | Valor |
| **3** | 169,280(0.92) = 155.737.60  155,737.60 | 155.737.60 |
| **4** | 155.737.60 (0.92) = 143,278.59  143,278.59 | 143,278.59 |
| **5** | 143,278.59 (0.92) =131,816.30  131,816.30 | 131,816.30 |
| **6** | 131,816.30 (0.92) =121,271.00  121,271.00 | 121,271.00 |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, puedes continuar |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma el procedimiento de esta actividad |

1. ¿Cuál es el valor de: Depreciación en el primer año/ el valor del automóvil

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. 0.92 | 1. 1 | c) 1.12 | d) 1.5 |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, puedes continuar |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma el procedimiento de esta actividad |

1. Revisa con clama la tabla que terminaste, al final del quinto año ¿Cuánto se tiene que pagar por el automóvil?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. 121,271.00 | 1. 131,816.30 | c) 155.737.60 | d) 184,000.00 |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, puedes continuar |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma el procedimiento de esta actividad |

1. Establece el modelo algebraico para el valor del automóvil en función de los años.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) | b) | c) | d) |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, puedes continuar |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma el procedimiento de esta actividad |

**ACTIVIDAD 3.**

Una tarjeta de crédito común tiene un interés anual de 48% compuesto mensualmente. Si se realiza una compra de $ 400.00 y no se hace ningún pago durante un año, ¿cuál será la deuda al final del año?, **¿cuál será la deuda al cabo de 4, 5, 6, 7 y 8 meses?**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| mes | Interés | Interés | Deuda | Deuda |
| **0** |  | 0 |  | **400** |
| **1** | 400(0.48) | 192 | 400(0.48) + 400 = 400 (0.48+1) | 592 |
| **2** | 400 (0.48+1) (0.48) | 284.16 | 400 (0.48+1) (0.48) + 400 (0.48+1) =  400 (0.48+1) (0.48+1) = 400(0.48+1 | 876.16 |
| **3** | 400 (0.48+1 (0.48) | 420.55 | 400(0.48+1 | 1296.71 |
| **4** |  |  |  |  |
| **5** |  |  |  |  |
| **6** |  |  |  |  |
| **7** |  |  |  |  |
| **8** |  |  |  |  |

Solución

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| mes | Interés | Interés | Deuda | Deuda |
| 4 | 400 (0.48+1 (0.48) | 921.18 | 400(0.48+1 | 1,919.14 |
| 5 | 400 (0.48+1 (0.48) | 1,363.35 | 400(0.48+1 | 2,840.32 |
| 6 | 400 (0.48+1 (0.48) | 2,017.76 | 400(0.48+1 | 4,203.68 |
| 7 | 400 (0.48+1 (0.48) | 2,986.29 | 400(0.48+1 | 6,221.45 |
| 8 | 400 (0.48+1 (0.48) | 4,419.72 | 400(0.48+1 | 9,207.75 |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, puedes continuar |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma el procedimiento de esta actividad |

1. ¿Observa los resultados de la deuda ¿Qué piensas con respecto al interés anual de la tarjeta?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. Es leve | 1. Adecuado | 1. Elevado | Muy elevado |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, puedes continuar |
| Respuesta Incorrecta | Revisar con calma tus resultados y compararlos con la vida cotidiana |

1. ¿Cuál es la variable independiente y cuál la dependiente de este ejercicio?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| V.I= El interés  V.D=La deuda | 1. .   V.I= Los meses  V.D= El interés | 1. .   V.I= La deuda  V.D=Los meses | 1. .   V.I= Los meses  V.D=La compra |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, puedes continuar |
| Respuesta Incorrecta | Los valores de las variables dependientes dependen de los valores de las variables independientes  Las variables independientes representan razones potenciales de variación. |

C. ¿Cómo son las variables?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1. Categóricas | 1. Discretas | 1. Continuas | 1. Nominales |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, puedes continuar |
| Respuesta Incorrecta | Las variables numéricas se clasifican en Discretas que son finitas y Continuas que tienden a un valor infinito |

D. ¿Cuál es la expresión algebraica de la función exponencial del ejercicio y su gráfica?

a)

Gráfico, Gráfico de dispersión

Descripción generada automáticamente

Imagen 2. Gráfica 𝑓(𝑡)=400(2\*(1.48) ^𝑡) Elaboró: Ma. Emma Bautista García

b)

Interfaz de usuario gráfica, Gráfico, Aplicación, Tabla, Excel, Gráfico de dispersión

Descripción generada automáticamente

Imagen 3. Gráfica 𝑓(𝑡)=400(0.48) ^𝑡- 400Elaboró: Ma. Emma Bautista García

**c)**

Gráfico, Gráfico de dispersión

Descripción generada automáticamente

Imagen 4. Gráfica 𝑓(𝑡)=400(1.48) ^𝑡Elaboró: Ma. Emma Bautista García

d)

Interfaz de usuario gráfica, Aplicación, Tabla, Excel

Descripción generada automáticamente

Imagen 5. Gráfica 𝑓(𝑡)=400(0.48) ^𝑡\*0.48Elaboró: Ma. Emma Bautista García

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, puedes continuar |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma el procedimiento de esta actividad |

**Funciones exponenciales**

|  |
| --- |
| **Pantalla 2** |

**Comportamiento de funciones exponenciales del tipo:**

**con y a≠0**

**con y a≠0**

Interfaz de usuario gráfica, Texto

Descripción generada automáticamente

Imagen C Función Exponencial

Elaboró: Ma. Emma Bautista García

Introducción

Las funciones exponenciales se utilizan para muchas aplicaciones del mundo real como finanzas, Sector salud, ciencias de la computación, Ciencias Sociales, etc. Trabajar con una ecuación que describe una situación del mundo real nos da un método para hacer predicciones.

|  |
| --- |
| La función exponencial en su forma sencilla se expresa de la forma:  Donde *,*es la basede la función exponencial.   * Es un número real mayor que 0 y distinto de 1. * Determina si la función es creciente o decreciente: * Si > 1, la función es creciente * Si < 1, la función es decreciente |

Empecemos a usar la función

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|  | 0.0625 | 0.125 | 0.25 | 0.5 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 |

Observe cómo cambian los valores de salida en Tabla, a medida que el valor de x aumenta un valor.

* Los valores de la función son positivos
* Si los valores x, son mayores a cero, los valores de la función aumentan rápidamente
* Si los valores x, son menores a cero, los valores de la función disminuyen paulatinamente, acercándose a cero, pero nunca tocando el eje, lo cual se aprecia en la coordenada (-4, 0.0625)

En la gráfica se observa la función de crecimiento exponencial

Interfaz de usuario gráfica, Gráfico, Aplicación

Descripción generada automáticamente

Imagen 6. Gráfica Elaboró: Ma. Emma Bautista García

Análisis de la gráfica de la función

|  |  |
| --- | --- |
| **Características por determinar** |  |
| Dominio de la función | Todos los números reales (-∞, ∞) |
| Rango | (0, ∞) |
| Asíntota horizontal  (Las coordenadas del punto donde interceptan al eje y) | (0, 1) |
| ¿La función tiene ceros? | No tiene, porque ahí está la asíntota horizontal |
| ¿La función tiene asíntotas? Si es el caso, ¿cuáles son sus ecuaciones? | y=0 |
| ¿La función es creciente, constante o decreciente? | Creciente  Justificación: Conforme aumenta el valor de la variable independiente, la variable dependiente aumenta rápidamente |

**ACTIVIDAD 1**

Analicemos la función

Pero antes recordemos que:

Observa que *f*

Por ejemplo, si x = – 3 entonces:

Instrucciones:

1. Estamos listos, identifica, si la siguiente tabla de la  es correcta o falsa

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|  | 0.0625 | 0.125 | 0.25 | 0.5 | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 |

Solución: Es falsa

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, puedes continuar |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma el procedimiento de esta actividad |

1. La gráfica de la función es correcta o falsa

Interfaz de usuario gráfica, Aplicación, Tabla, Excel

Descripción generada automáticamente

Imagen 7. Gráfica

Elaboró: Ma. Emma Bautista García

Solución: Es Verdadera

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, puedes continuar |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma el procedimiento de esta actividad |

3. Realiza el Análisis de la gráfica de la función , e identifica de esta tabla que característica es falsa

|  |  |
| --- | --- |
| **Características por determinar** |  |
| 1. Dominio de la función | Todos los números reales (-∞, ∞) |
| 1. Rango | (0, ∞) |
| 1. Asíntota horizontal   (Las coordenadas del punto donde interceptan al eje y) | (0, 1) |
| 1. La ecuación de su asíntota | y=0 |
| 1. ¿La función es creciente, constante o decreciente? | Creciente  Justificación: Conforme aumenta el valor de la variable independiente, la variable dependiente aumenta rápidamente |

Solución: La característica 5 es falsa

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, puedes continuar |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma las características de la gráfica |

¿Cuáles serán las diferencias? De las gráficas de las funciones

*f y f*

Interfaz de usuario gráfica, Aplicación, Tabla, Excel

Descripción generada automáticamente

Imagen 8. Gráfica

Elaboró: Ma. Emma Bautista García

Diferencias de las gráficas de las funciones: *f y f*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Características por determinar** | *f* | *f* |
| Dominio de la función | Todos los números reales (-∞, ∞) | Todos los números reales (-∞, ∞) |
| Rango | (0, ∞) | (0, ∞) |
| Asíntota horizontal  (Las coordenadas del punto donde interceptan al eje y) | (0, 1) | (0, 1) |
| ¿La función tiene ceros? | No tiene, porque ahí está la asíntota horizontal | No tiene, porque ahí está la asíntota horizontal |
| ¿La función tiene asíntotas? Si es el caso, ¿cuáles son sus ecuaciones? | y=0 | y=0 |
| ¿La función es creciente, constante o decreciente? | **Creciente**  Justificación:  Al aumentar la variable independiente, **aumenta** la variable dependiente | **Decrece** Justificación:  Al aumentar la variable independiente **disminuye** la variable dependiente |

Observa que las gráficas son simétricas con respecto al eje *y, son muy similares, solo que la gráfica de la función f crece y la gráfica de la función f decrece, en todo lo demás son iguales.*

**ACTIVIDAD 2**

1. Identifica si la suiente tabla de funciones es Verdadera

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| *g* | 0.0016 | 0.008 | 0.04 | 0.2 | 1 | 5 | 25 | 125 | 625 |
|  | 625 | 125 | 25 | 5 | 1 | 0.2 | 0.04 | 0.008 | 0.0016 |

Solución: Es Verdadera

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, puedes continuar |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma el procedimiento de esta actividad |

1. Determina si la gráfica de funciones es verdadera

*Interfaz de usuario gráfica, Aplicación, Tabla, Excel

Descripción generada automáticamente*

Imagen 9. Gráfica

Elaboró: Ma. Emma Bautista García

Solución: Es Verdadera

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, puedes continuar |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma las coordenadas de la gráfica |

1. Completa la tabla de características de las funciones:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Características por determinar** |  |  |
| Dominio de la función |  |  |
| Rango |  |  |
| Asíntota horizontal  (Las coordenadas del punto donde interceptan al eje y) |  |  |
| ¿La función tiene ceros? |  |  |
| ¿La función tiene asíntotas? Si es el caso, ¿cuáles son sus ecuaciones? |  |  |
| ¿La función es creciente, constante o decreciente? |  |  |

Solución:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Características por determinar** |  |  |
| Dominio de la función | Todos los números reales (-∞, ∞) | Todos los números reales (-∞, ∞) |
| Rango | (0, ∞) | (0, ∞) |
| Asíntota horizontal  (Las coordenadas del punto donde interceptan al eje y) | (0, 1) | (0, 1) |
| ¿La función tiene ceros? | No tiene, porque ahí está la asíntota horizontal | No tiene, porque ahí está la asíntota horizontal |
| ¿La función tiene asíntotas? Si es el caso, ¿cuáles son sus ecuaciones? | y=0 | y=0 |
| ¿La función es creciente, constante o decreciente? | Creciente  Justificación:  Al aumentar la variable independiente, aumenta la variable dependiente | Decrece Justificación:  Al aumentar la variable independiente disminuye la variable dependiente |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, puedes continuar |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma el comportamiento de los datos en la gráfica, acorde a las coordenadas de la función |

*Interfaz de usuario gráfica, Texto

Descripción generada automáticamente*

Imagen D. Propiedades de la Función Exponencial

Elaboró: Ma. Emma Bautista García

**Propiedades de la función exponencial**

* 1. La función está definida para todos los valores reales de *x*, es decir, el dominio de la función es el conjunto de los números reales.
  2. Para todo valor de *x* la función siempre asume un valor positivo, es decir, el rango de la función es el conjunto de los números reales positivos.
  3. La función es creciente cuando *b* > 1, y es decreciente si 0 < *b* < 1.
  4. La curva es cóncava hacia arriba cuando *b* > 1 y cuando 0 < *b* < 1.
  5. La gráfica de la función intercepta al eje ***y*** en el punto (0, 1). No hay abscisa al origen, es decir la gráfica no intercepta al eje ***x***.

6. El eje “x” es una asíntota horizontal a la gráfica.

Revisemos ahora cuando una función se traslada y el manejo de los parámetros a, h y k, que modifican la función

modificala gráfica

* Enel ensanchamiento, si
* En el alargamiento, si

traslada la gráfica horizontalmente

traslada la gráfica verticalmente

Ejemplo:

Realizaremos una tabla de funciones, las cuales serán ubicadas en una gráfica, para observar su comportamiento.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***x*** |  |  |  |
| -4 | 0.00390625 | 0.01171875 | 0.02734375 |
| -3.5 | 0.0078125 | 0.0234375 | 0.0546875 |
| 3 | 64 | 192 | 448 |
| -2.5 | 0.03125 | 0.09375 | 0.21875 |
| **-2** | 0.0625 | 0.1875 | 0.4375 |
| **-1.5** | 0.125 | 0.375 | 0.875 |
| **-1** | 0.25 | 0.75 | 1.75 |
| **-0.5** | 0.5 | 1.5 | 3.5 |
| **0** | 1 | 3 | 7 |
| **0.5** | 2 | 6 | 14 |
| **1** | 4 | 12 | 28 |
| **1.5** | 8 | 24 | 56 |
| **2** | 16 | 48 | 112 |
| **2.5** | 32 | 96 | 224 |
| **3** | 64 | 192 | 448 |
| **3.5** | 128 | 384 | 896 |
| **4** | 256 | 768 | 1792 |

Interfaz de usuario gráfica, Aplicación, Excel

Descripción generada automáticamente

Imagen 10 Funciones Exponenciales

Elaboró: Ma. Emma Bautista García

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Características** |  |  |  |
| Dominio de la función | Todos los números reales (-∞, ∞) | Todos los números reales  (-∞, ∞) | Todos los números reales (-∞, ∞) |
| Rango | (0, ∞) | (0, ∞) | (0, ∞) |
| La asíntota horizontal es | y=0 | y=0 | y=0 |
| ¿La función es creciente, constante o decreciente? | Creciente | Creciente | Creciente |

Observaciones generales:

1. El Dominio y el Rango es el mismo para las tres funciones
2. La primera función se traslada hacia la izquierda
3. En la segunda función se triplica o multiplica el parámetro por 3
4. En la tercera función se multiplica el parámetro por 7

**ACTIVIDAD 3**

1. Determina la siguiente tabla de funciones.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***x*** |  |  |  |
| -4 |  |  |  |
| -3.5 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |
| -2.5 |  |  |  |
| **-2** |  |  |  |
| **-1.5** |  |  |  |
| **-1** |  |  |  |
| **-0.5** |  |  |  |
| **0** |  |  |  |
| **0.5** |  |  |  |
| **1** |  |  |  |
| **1.5** |  |  |  |
| **2** |  |  |  |
| **2.5** |  |  |  |
| **3** |  |  |  |
| **3.5** |  |  |  |
| **4** |  |  |  |

B. Realiza la gráfica donde se encuentren las funciones

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

C. Realiza una tabla comparativa donde se observen las crácteristicas de cada función.

**Se suigiere crear un boton, que al tocarlo se muestren los resultado**

**Solución**

**A.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***x*** |  |  |  |
| -4 | -0.00390625 | -0.01171875 | -0.02734375 |
| -3.5 | -0.0078125 | -0.0234375 | -0.0546875 |
| 3 | -64 | -192 | -448 |
| -2.5 | -0.03125 | -0.09375 | -0.21875 |
| **-2** | -0.0625 | -0.1875 | -0.4375 |
| **-1.5** | -0.125 | -0.375 | -0.875 |
| **-1** | -0.25 | -0.75 | -1.75 |
| **-0.5** | -0.5 | -1.5 | -3.5 |
| **0** | -1 | -3 | -7 |
| **0.5** | -2 | -6 | -14 |
| **1** | -4 | -12 | -28 |
| **1.5** | -8 | -24 | -56 |
| **2** | -16 | -48 | -112 |
| **2.5** | -32 | -96 | -224 |
| **3** | -64 | -192 | -448 |
| **3.5** | -128 | -384 | -896 |
| **4** | -256 | -768 | -1792 |

**BInterfaz de usuario gráfica, Aplicación, Tabla, Excel

Descripción generada automáticamente**

Imagen 11 Funciones Exponenciales

Elaboró: Ma. Emma Bautista García

C.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Características** |  |  |  |
| Dominio de la función | Todos los números reales (-∞, ∞) | Todos los números reales  (-∞, ∞) | Todos los números reales (-∞, ∞) |
| Rango | (-∞, 0) | (-∞, 0) | (-∞, 0) |
| La asíntota horizontal es | y=0 | y=0 | y=0 |
| ¿La función es creciente, constante o decreciente? | Decreciente | Decreciente | Decreciente |

Observaciones generales:

1. El Dominio y el Rango es el mismo para las tres funciones
2. La primera función se traslada hacia la izquierda
3. En la segunda función se triplica o multiplica el parámetro por 3
4. En la tercera función se multiplica el parámetro por 7

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, has realizado un excelente trabajo |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma el procedimiento para desarrollar cada función. |

**Funciones de la forma**

|  |
| --- |
| En la el dominio y el rango son los mismos que   * El Dominio de la función es (-∞, ∞) * El Rango es (-∞, 0) * Si h > 0 se traslada a la izquierda h-unidades * Si h < 0 se traslada a la derecha h-unidades   En la se le aplica una traslación   * Si k > 0 a hacia arriba * Si k < 0 hacia abajo. * El Dominio de la función es (-∞, ∞) * El Rango es (K, ∞) |

Ejemplo:

**Traslación a la Derecha o Izquierda en funciones**

Gráfico

Descripción generada automáticamente

Imagen 12 Funciones con traslación Derecha e Izquierda

Elaboró: Ma. Emma Bautista García

|  |  |
| --- | --- |
| **Funciones** | **Traslación a la Derecha o Izquierda**  **h > 0 se traslada a la izquierda**  **h < 0 se traslada a la derecha** |
|  | X + 3 = 0 X = - 3 |
|  | X + 2 = 0 X = - 2 |
|  | X=0 |
|  | X – 2 = 0 X = 2 |
|  | X – 3 =0 X = 3 |

**Traslación hacia arriba o hacia abajo en funciones**

**Gráfico

Descripción generada automáticamente**

Imagen 13 Funciones con traslación hacia arriba o abajo

Elaboró: Ma. Emma Bautista García

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Funciones** | **Traslación hacia**  **Arriba o abajo**  **k > 0 se traslada hacia arriba**  ***k* < 0se traslada hacia abajo** | |
| +3 | | y = 0 + 3 = 3 y = 3 |
| +2 | | y = 0 + 2 = 2 y = 2 |
|  | |  |
| - 2 | | y = 0 - 2 = - 2 y = - 2 |
| - 3 | | y = 0 - 3 = - 3 y = - 3 |

**ACTIVIDAD 4**

Instrucciones; elaborá lo que se te solicita

1. Elabora una tabla con la función, considera para x, los valores de -4 a 4. Ahora identifica que tabla es la correcta

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **a)**   |  |  | | --- | --- | | x | *f* | | -4 | 0.0039063 | | -3 | 0.015625 | | -2 | 0.0625 | | -1 | 0.25 | | 0 | 1 | | 1 | 4 | | 2 | 16 | | 3 | 64 | | 4 | 256 | | **b)**   |  |  | | --- | --- | | x | *f* | | -4 | 0.0016 | | -3 | 0.008 | | -2 | 0.04 | | -1 | 0.2 | | 0 | 1 | | 1 | 5 | | 2 | 25 | | 3 | 125 | | 4 | 625 | |
| **c)**   |  |  | | --- | --- | | x | *f* | | -4 | 0.000416493 | | -3 | 0.002915452 | | -2 | 0.020408163 | | -1 | 0.142857143 | | 0 | 1 | | 1 | 7 | | 2 | 49 | | 3 | 343 | | 4 | 2401 | | **d)**   |  |  | | --- | --- | | x | *f* | | -4 | 16 | | -3 | 8 | | -2 | 4 | | -1 | 2 | | 0 | 1 | | 1 | 0.5 | | 2 | 0.25 | | 3 | 0.125 | | 4 | 0.0625 | |

1. Identificasi la gráfica de la función *f* es falsa o verdadera

Imagen 14 Función *f*

Elaboró: Ma. Emma Bautista García

Solución

Es Verdadera

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, tu respuesta es correcta |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma las coordenadas según la tabla de valores. |

1. ¿Cuál es el dominio de la función *f*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) (-∞, ∞) | c) (0, 1) | b) (∞, -∞) | d) (0, ∞) |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, tu respuesta es correcta |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma el comportamiento de la gráfica |

**ACTIVIDAD 5**

Instrucciones: Da respuesta a las siguientes preguntas

1. La función  presenta una resta en el exponente.

¿Qué traslación produce en la gráfica?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a)  X – 4 = 0, X = -4 | b)  X – 4 = 0, X = 4 | c)  X – 4 = 0, X = 2 | d)  X – 4 = 0, X = -(4)2 |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, tu respuesta es correcta |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma, las características de este tipo de funciones |

1. La función , es equivalente a:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a) | b) | | c) | d) | |
| Retroalimentación | |  | | |
| Respuesta correcta | | Felicidades, tu respuesta es correcta | | |
| Respuesta Incorrecta | | Te sugerimos revisar con calma, las características de este tipo de funciones | | |

1. La función  ¿Qué traslación produce en la gráfica?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a)  X + 6 = 0 X = - 6 | b)  X + 6 = 0, X = 6 | c)  X – 6 = 0, X = 2 | d)  X + 6 = 0, X = 3+3 |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, tu respuesta es correcta |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma, las características de este tipo de funciones |

1. La función  ¿Qué traslación produce en la gráfica?

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a)  y = 2 + 12 = 14 | b)  y = 2 - 12 = -10 | c)  y = 0 - 12 = -12 | d)  y = 0 + 12 = 12 |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, tu respuesta es correcta |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar con calma, las características de este tipo de funciones |

**Funciones exponenciales**

|  |
| --- |
| **Pantalla 3** |

# **IMPORTANCIA Y CARACTERIZACIÓN DEL NÚMERO** ***e***.

Diagrama

Descripción generada automáticamente

Imagen E. Importancia y caracterización del Número **e**

Elaboró: Ma. Emma Bautista García

|  |
| --- |
| *El número***e**, conocido como número de Euler, es un número irracional muy importante, su valor es: **e** =2.71828182845...*,* A las funciones exponenciales con base **e** se les conoce como **exponenciales naturales**:  Donde ***x*** es un número real |

Analicemos la función exponencial  ***,*** para ello vamos a construir una tabla y gráfica

Tabla de la función

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***x*** | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|  | 0.0183 | 0.0498 | 0.1353 | 0.3679 | 1.0000 | 2.7183 | 2.7183 | 20.0855 | 54.5982 |

**Interfaz de usuario gráfica, Aplicación, Tabla, Excel

Descripción generada automáticamente**

Imagen 15 Función

Elaboró: Ma. Emma Bautista García

|  |  |
| --- | --- |
| **Características** |  |
| Dominio de la función | (-∞, ∞) |
| Rango | (0, ∞) |
| Ecuación de la asíntota | y = 0 |
| ¿La función es creciente, constante o decreciente? | Creciente |
| Concavidad | Cóncava hacia arriba |

La gráfica de  es de la misma forma que las gráficas de crecimiento exponencial:

Función de la forma  presenta un coeficiente multiplicando a la variable independiente, o bien se pueden aplicar las propiedades de las potencias .Elaboramos la tabla, gráfica y determinamos las características para ubicarla adecuadamente

|  |  |
| --- | --- |
| **x** |  |
| **-4** | 0.000335463 |
| **-3** | 0.002478752 |
| **-2** | 0.018315639 |
| **-1** | 0.135335283 |
| **0** | 1 |
| **1** | 7.389056099 |
| **2** | 54.59815003 |
| **3** | 403.4287935 |
| **4** | 2980.957987 |

Interfaz de usuario gráfica, Aplicación, Tabla, Excel

Descripción generada automáticamente

Imagen 16 Función

Elaboró: Ma. Emma Bautista García

|  |  |
| --- | --- |
| **Características** |  |
| Dominio de la función | (-∞, ∞) |
| Rango | (0, ∞) |
| Ecuación de la asíntota | y = 0 |
| ¿La función es creciente, constante o decreciente? | Creciente |
| Concavidad | Cóncava hacia arriba |

La función   combina dos tipos de transformaciones.

La base es, en todos los casos, un real positivo distinto de 1.

El signo menos es del coeficiente que multiplica a la función, se puede considerar como una reflexión vertical de la función original,

Elaboramos la tabla, gráfica y determinamos las características para ubicarla adecuadamente

|  |  |
| --- | --- |
| **x** |  |
| **-4** | -60.25661077 |
| **-3** | -163.7944501 |
| **-2** | -445.2394773 |
| **-1** | -1210.28638 |
| **0** | -3289.899475 |
| **1** | -8942.873961 |
| **2** | -24309.25178 |
| **3** | -66079.39738 |
| **4** | -179622.4251 |

Interfaz de usuario gráfica, Aplicación, Tabla, Excel

Descripción generada automáticamente

Imagen 17 Función

Elaboró: Ma. Emma Bautista García

|  |  |
| --- | --- |
| **Características** |  |
| Dominio de la función | (-∞, -∞) |
| Rango | (0, -∞) |
| Ecuación de la asíntota | y = 0 |
| ¿La función es creciente, constante o decreciente? | Decreciente |
| Concavidad | Cóncava hacia abajo |

**ACTIVIDAD 1**

**Instrucciones.** Lee con cuidado cada pregunta y da respuesta a cada pregunta

1. ¿Qué dato dela función*), indica la concavidad de la gráfica?*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) -12 | b) e | c) x | d) +3 |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, tu respuesta es correcta |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos revisar las transformaciones de las funciones |

2. ¿Cuál es la concavidad de la gráfica de la función *) ?*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) Hacia abajo | b) Positiva | c) Hacia arriba | d) Negativa |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, tu respuesta es correcta |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos realizar la gráfica |

1. ¿Cuál es el dominio de la función *?*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| a) (-∞, ∞) | c) (0, 1) | b) (∞, -∞) | d) (0, ∞) |

|  |  |
| --- | --- |
| Retroalimentación |  |
| Respuesta correcta | Felicidades, tu respuesta es correcta |
| Respuesta Incorrecta | Te sugerimos realizar la gráfica |

{

"titulo": "Crecimiento o decaimiento exponencial",

"slug": "/asignaturas/matematicas-4/funcion-exponencial-logaritmica/crecimiento-decaimiento",

"descripcion": "Explora situaciones o fenómenos que corresponden a crecimiento o decaimiento exponencial, las relaciones o condiciones existentes y analiza las formas de variación."

},

{

"titulo": "Comportamiento de funciones exponenciales",

"slug": "/asignaturas/matematicas-4/funcion-exponencial-logaritmica/comportamiento-exponencial",

"descripcion": "Identifica patrones de cambio involucrados en el crecimiento o decrecimiento de una función exponencial y bosqueja su gráfica."

},

{

"titulo": "Importancia y caracterización del número e",

"slug": "/asignaturas/matematicas-4/funcion-exponencial-logaritmica/importancia-numero-e",

"descripcion": "Identifica patrones de cambio involucrados en el crecimiento o decrecimiento de una función exponencial y bosqueja su gráfica."

}

{

"titulo": "Noción de función inversa",

"slug": "/asignaturas/matematicas-4/funcion-exponencial-logaritmica/funcion-inversa",

"descripcion": "Analiza la relación entre las gráficas de funciones exponenciales con diferentes bases."

}

{

"titulo": "Logaritmos con base 10 y naturales",

"slug": "/asignaturas/matematicas-4/funcion-exponencial-logaritmica/logaritmos-base-10",

"descripcion": "Analiza la relación entre las gráficas de funciones exponenciales con diferentes bases."

}

{

"titulo": "Gráficas de funciones logarítmicas",

"slug": "/asignaturas/matematicas-4/funcion-exponencial-logaritmica/graficas-funciones-logaritmicas",

"descripcion": "Analiza la relación entre las gráficas de funciones exponenciales con diferentes bases."

}